نام و نام خانوادگی:

امیرمهدی صالح

عنوان:

پروژه ی پایانی درس dsp

«ترجمه ی مقاله»

ترجمه مقاله — صفحات 1 تا 3

عنوان مقاله

تخمین فرکانس و ضریب میرایی سینوس‌های میرای حقیقی با استفاده از نسخه بهبودیافته الگوریتم DFT درون‌یابی‌شده دو نقطه‌ای

چکیده (Abstract)

مشارکت این مقاله دو جنبه اصلی دارد.

نخست، الگوریتم شناخته‌شده DFT درون‌یابی‌شده دو نقطه‌ای (IpDFT) که مبتنی بر پنجره Maximum Sidelobe Decay (MSD) است، برای تخمین فرکانس و ضریب میرایی سینوس‌های میرای حقیقی تعمیم داده شده است.

سپس روابط تحلیلی برای سهم اثرات مخرب ناشی از:

مؤلفه فرکانس تصویری (image frequency component)

نویز پهن‌باند

بر تخمین‌گرهای حاصل استخراج شده و دقت آن‌ها توسط شبیه‌سازی‌های کامپیوتری بررسی شده است.

دوم، با استفاده از روابط به‌دست‌آمده، نسخه‌ای بهبودیافته از الگوریتم IpDFT پیشنهاد شده که با جبران اثر مؤلفه فرکانس تصویری، تخمین‌هایی دقیق‌تر فراهم می‌کند.

عملکرد این نسخه بهبودیافته با چند الگوریتم پیشرفته روز (state-of-the-art) از طریق شبیه‌سازی‌های معنادار مقایسه شده است.

## 1. مقدمه

تخمین دقیق و بلادرنگ فرکانس و ضریب میرایی سینوس‌های میرای حقیقی در حوزه‌های کاربردی بسیاری مورد نیاز است، از جمله:

اندازه‌گیری خواص قطبش وابسته به زمان نور

پولاریمتری و الیپسومتری cavity ring-down

طیف‌سنجی رزونانس مغناطیسی هسته‌ای

طیف‌سنجی مکانیکی

رادار

سونار

ژئوفیزیک

برای این منظور، الگوریتم‌های متنوع Interpolated Discrete Fourier Transform (IpDFT) در مقالات پیشنهاد شده‌اند.

این الگوریتم‌ها رزولوشن تخمین را با جبران اثر معروف picket-fence بهبود می‌دهند.

این اثر ناشی از محدود بودن تعداد نمونه‌های تحلیل‌شده است و با درون‌یابی بین دو یا چند نمونه از DFT کاهش می‌یابد.

الگوریتم کلاسیک IpDFT فقط از دو نقطه درون‌یابی استفاده می‌کند، اما نسخه‌هایی با نقاط بیشتر نیز برای افزایش دقت پیشنهاد شده‌اند.

وقتی با سینوس‌های میرای حقیقی آلوده به نویز سروکار داریم، تخمین فرکانس و ضریب میرایی تحت تأثیر دو عامل قرار می‌گیرد:

مؤلفه فرکانس تصویری

نویز پهن‌باند

برای کاهش اثر عامل اول معمولاً از پنجره‌گذاری (windowing) استفاده می‌شود.

در مرجع [4] الگوریتم سه‌نقطه‌ای IpDFT مبتنی بر پنجره MSD پیشنهاد شده است.

مقایسه با الگوریتم‌های پیشرفته نشان می‌دهد که این روش:

برای تخمین فرکانس دقت بیشتری دارد

برای ضریب میرایی دقتی مشابه ارائه می‌دهد

در مرجع [6]، الگوریتم کلاسیک IpDFT که مبتنی بر پنجره مستطیلی است، به داده‌های وزن‌دهی‌شده با پنجره MSD دو جمله‌ای (پنجره Hann) تعمیم داده شد.

در مرجع [7] نیز الگوریتم کلاسیک IpDFT مبتنی بر پنجره MSD روی سینوس میرای مختلط اعمال شد.

با این حال نتایج آن مقاله محل تردید است، زیرا در استخراج تخمین‌گرها از DTFT استفاده شده؛ در حالی که برای سیگنال‌های میرا باید از z-transform استفاده شود.

هدف این مقاله دو بخش دارد:

بخش اول

تعمیم الگوریتم کلاسیک IpDFT مبتنی بر پنجره MSD برای تخمین:

فرکانس

ضریب میرایی

در سینوس میرای حقیقی نویزی.

برخلاف برخی روش‌های موجود، روابط تحلیلی حاصل بسیار ساده هستند و برای پنجره MSD عمومی تعمیم داده شده‌اند.

همچنین روابط تحلیلی برای اثرات مخرب:

مؤلفه فرکانس تصویری

نویز پهن‌باند

استخراج می‌شود.

بخش دوم

با استفاده از روابط استخراج‌شده برای مؤلفه فرکانس تصویری، نسخه بهبودیافته‌ای از IpDFT معرفی می‌شود که دقت بیشتری فراهم می‌کند.

این روند پردازشی Improved IpDFT (i-IpDFT) نامیده می‌شود.

بنابراین دستاوردهای اصلی این مقاله عبارت‌اند از:

استخراج صحیح روابط تحلیلی تخمین‌گرهای فرکانس و میرایی در IpDFT مبتنی بر پنجره MSD

استخراج روابط تحلیلی سهم خطای ناشی از مؤلفه تصویری و نویز پهن‌باند

معرفی الگوریتم جدید i-IpDFT

ساختار مقاله به این صورت است:

بخش 2: استخراج تخمین‌گرهای فرکانس و میرایی

بخش 3: استخراج روابط اثر نویز و مؤلفه تصویری

بخش 4: اعتبارسنجی با شبیه‌سازی

بخش 5: معرفی i-IpDFT و مقایسه عملکرد

بخش 6: نتیجه‌گیری

2. تخمین‌گرهای فرکانس و ضریب میرایی

سیگنال مورد بررسی به صورت یک سینوس میرای حقیقی در حضور نویز سفید مدل می‌شود:

$$y(m) = x(m) + e(m)$$

که در آن:

$$x(m) = A\, e^{(-(2\pi\alpha m/M))} \cos((2\pi\nu m/M)+\varphi)$$

پارامترها:

A ⟶ دامنه سیگنال

$\alpha$ ← ضریب میرایی نرمال‌شده

$\nu$ ← فرکانس نرمال‌شده (بر حسب bin)

φ ← فاز اولیه

e(m) ⟶ نویز سفید گاوسی با میانگین صفر و واریانس $\sigma_n^2$

تعداد نمونه‌های برداشت‌شده برابر M است.

نسبت سیگنال به نویز سینوس بدون میرایی به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$SNR = A^2 / (2\sigma_n^2)$$

متغیر α به عنوان پارامتر میرایی انتخاب شده تا با فرکانس نرمال‌شده ν سازگار باشد.

فرکانس نرمال‌شده به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\nu = l + \delta$$

که در آن:

l عدد صحیح

$\delta$ بخش کسری فرکانس

به طوری که:

$$-0.5 \leq \delta < 0.5$$

در بسیاری از کاربردها حداقل چند سیکل از سیگنال مشاهده می‌شود و SNR نیز از حد بحرانی بیشتر است.

در این شرایط، اندیس بیشترین نمونه طیف DFT با احتمال بالا برابر بخش صحیح تعداد سیکل‌ها (l) خواهد بود.

بنابراین مسئله اصلی تخمین فرکانس در عمل به یافتن δتبدیل می‌شود.

برای کاهش اثر مؤلفه تصویری و تداخل‌های باریک‌باند ناخواسته، معمولاً سیگنال با تابع پنجره w(m) وزن‌دهی می‌شود:

$$xw(m) = x(m) \times w(m)$$

یکی از پنجره‌های رایج در این زمینه، پنجره MSD با H جمله است:

(فرمول 3 مقاله)

در ادبیات علمی معمولاً مقادیر زیر برای H استفاده می‌شوند:

H = 1 ← پنجره مستطیلی

H = 2 ← پنجره Hann

H = 3

H = 4 (گاهی)

DFT سیگنال پنجره‌گذاری‌شده به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Yw(k) = Xw(k) + Ew(k)$$

که در آن:

Xw ← تبدیل فوریه سیگنال میرا

Ew ← تبدیل فوریه نویز

وقتی پنجره MSD استفاده شود، نمونه‌های DFT نزدیک قله طیف (bin = l) طبق رابطه مقاله قابل بیان‌اند.

ترم دوم این رابطه سهم مؤلفه فرکانس تصویری را نشان می‌دهد.

در عمل معمولاً مقدار:

$$|\alpha + j\lambda|$$

در مقایسه با تعداد نمونه‌ها (M) بسیار کوچک است.

در چنین شرایطی، شبیه‌سازی‌ها و محاسبات ضمیمه A نشان می‌دهند که تقریب ارائه‌شده در رابطه (6) با دقت بسیار بالا برقرار است، مخصوصاً وقتی:

$M \geq 64$

3. الگوریتم IpDFT

از روابط قبلی، الگوریتم IpDFT نسبت زیر را تعریف می‌کند:

$$\rho = Yw(l+s) / Yw(l)$$

که در آن:

$$s = sign(|Yw(l+1)| - |Yw(l-1)|)$$

اگر فرض کنیم اثر نویز و مؤلفه تصویری ناچیز باشد، تخمین‌گرهای زیر به دست می‌آیند:

تخمین بخش کسری فرکانس

$$\hat{\delta} = s\, Re\{(H\rho + H - 1)/(\rho - 1)\}$$

تخمین ضریب میرایی

$$\hat{\alpha} = s\, Im\{(H\rho + H - 1)/(\rho - 1)\}$$

در اینجا:

Re بخش حقیقی

Im بخش موهومی

را برمی‌گردانند.

مراحل اجرای IpDFT

گام 1

نمونه‌برداری از M نمونه سیگنال

گام 2

محاسبه DFT سیگنال پنجره‌گذاری‌شده

گام 3

پیدا کردن قله طیف و تعیین l

گام 4

استفاده از روابط درون‌یابی برای محاسبه:

$\hat{\delta}$

$\hat{\alpha}$

خطای ناشی از مؤلفه فرکانس تصویری ( Image Frequency Component)

خطای ناشی از نویز پهن‌باند (Wideband Noise)

ترجمه مقاله — صفحات 4 تا 6

3. خطای ناشی از مؤلفه فرکانس تصویری

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، سیگنال حقیقی فقط شامل مؤلفه فرکانس مثبت نیست؛ بلکه ذاتاً یک مؤلفه متناظر در فرکانس منفی نیز دارد که به آن مؤلفه تصویری گفته می‌شود.

این مؤلفه در حوزه فرکانس باعث ایجاد نشتی طیفی (spectral leakage) شده و روی تخمین پارامترها اثر می‌گذارد.

اگر سهم مؤلفه تصویری ناچیز نباشد، نسبت طیفی مورد استفاده در IpDFT دیگر فقط وابسته به مؤلفه اصلی نیست.

در نتیجه:

تخمین فرکانس دچار bias می‌شود

تخمین ضریب میرایی نیز منحرف می‌شود

برای تحلیل این اثر، مقاله اختلاف بین:

مقدار واقعی فرکانس کسری $\delta$

مقدار تخمین‌زده‌شده $\hat{\delta}$

را تعریف می‌کند:

$$\Delta \delta = \hat{\delta} - \delta$$

و برای ضریب میرایی:

$$\Delta \alpha = \hat{\alpha} - \alpha$$

با استفاده از تقریب‌های تحلیلی و بسط روابط قبلی، نویسندگان نشان می‌دهند که خطاهای تخمین به شکل بسته (closed-form) قابل بیان‌اند.

نتیجه مهم این تحلیل:

هر دو خطا رفتاری تقریباً سینوسی نسبت به فاز اولیه سیگنال دارند.

یعنی اگر فاز اولیه $\varphi$ تغییر کند، خطا تقریباً مثل تابع سینوسی بالا و پایین می‌رود.

نکته مهم دیگر:

دامنه این خطاها به عوامل زیر بستگی دارد:

طول پنجره مشاهده

هرچه تعداد سیکل‌های مشاهده‌شده بیشتر باشد:

خطا کمتر می‌شود.

ضریب میرایی

هرچه میرایی کمتر باشد (سیگنال آرام‌تر افت کند):

اثر مؤلفه تصویری کمتر می‌شود.

نوع پنجره

پنجره‌هایی با تعداد جملات بیشتر در خانواده MSD، مؤلفه تصویری را بهتر سرکوب می‌کنند.

مثلاً:

پنجره مستطیلی ← ضعیف‌تر

پنجره Hann ← بهتر

پنجره سه‌جمله‌ای ← بهتر از Hann

نویسندگان نشان می‌دهند دامنه خطای تخمین تقریباً با افزایش طول پنجره به سرعت کاهش پیدا می‌کند.

مثلاً اگر:

$\alpha = 1$

تعداد نمونه = 512

حداقل 4 سیکل مشاهده شود

آنگاه خطا بسیار کوچک خواهد شد.

نتیجه مهم Proposition 1

نتیجه تحلیلی اصلی این بخش:

خطای ناشی از مؤلفه تصویری در:

فرکانس

ضریب میرایی

تقریباً دامنه یکسانی دارد.

این نتیجه جالب است چون نشان می‌دهد هر دو پارامتر تقریباً به یک اندازه تحت تأثیر image component قرار می‌گیرند.

4. واریانس ناشی از نویز پهن‌باند

اکنون مقاله منبع دوم خطا را بررسی می‌کند:

نویز سفید پهن‌باند

فرض می‌شود نویز:

گاوسی

با میانگین صفر

مستقل بین نمونه‌ها

باشد.

در این حالت تخمین‌گرها تصادفی می‌شوند؛ بنابراین باید واریانس آن‌ها بررسی شود.

مقاله برای این منظور روابط تحلیلی برای:

$var(\hat{\delta})$

$var(\hat{\alpha})$

استخراج می‌کند.

برخلاف خطای ناشی از مؤلفه تصویری که bias ایجاد می‌کند، نویز عمدتاً باعث:

پخش شدن تخمین‌ها حول مقدار واقعی

افزایش عدم قطعیت

می‌شود.

نتیجه مهم تحلیل نویز:

Bias ناشی از نویز تقریباً صفر است.

یعنی اگر بارها آزمایش تکرار شود، میانگین تخمین تقریباً برابر مقدار واقعی خواهد بود.

اما پراکندگی نتایج زیاد می‌شود.

این پراکندگی با عوامل زیر افزایش می‌یابد:

افزایش ضریب میرایی

اگر سیگنال سریع‌تر افت کند:

اطلاعات مفید کمتری در نمونه‌ها باقی می‌ماند.

افزایش تعداد جملات پنجره MSD

پنجره‌های پیچیده‌تر گرچه leakage را کم می‌کنند، ولی noise rejection را کمی بدتر می‌کنند.

اینجا یک trade-off شکل می‌گیرد:

suppression بهتر leakage

در برابر

افزایش حساسیت به نویز

کاهش SNR

هرچه نسبت سیگنال به نویز کمتر باشد:

واریانس تخمین بیشتر می‌شود.

مقایسه با CRLB

برای سنجش کیفیت تخمین‌گرها، مقاله از حد پایین معروف:

Cramér-Rao Lower Bound (CRLB)

استفاده می‌کند.

CRLB پایین‌ترین واریانس ممکن برای هر تخمین‌گر unbiased را مشخص می‌کند.

اگر الگوریتمی به CRLB نزدیک باشد یعنی از لحاظ آماری تقریباً بهینه است.

نویسندگان نشان می‌دهند که نسبت بین:

انحراف معیار تخمین‌گرهای IpDFT

و

مقدار متناظر CRLB

وابسته به تعداد سیکل‌های مشاهده‌شده است.

رفتار جالب دیگری که مشاهده می‌شود:

واریانس تخمین‌گرها هنگام تعداد سیکل‌های:

صحیح (integer)

نیمه‌صحیح (semi-integer)

رفتار نوسانی دارد.

به‌طور مشخص:

در برخی مقادیر integer ماکزیمم ایجاد می‌شود

در برخی مقادیر نیمه‌صحیح مینیمم ایجاد می‌شود

برای نمونه:

اگر:

$\alpha = 1$

M = 512

SNR = 40 dB

پنجره Hann استفاده شود

نسبت انحراف معیار تخمین‌گر به CRLB حدوداً بین:

3.24 تا 3.88

تغییر می‌کند.

ترجمه مقاله — صفحات 7 تا 9

5. الگوریتم بهبودیافته i-IpDFT

در بخش‌های قبل نشان داده شد که دقت الگوریتم IpDFT عمدتاً توسط دو عامل محدود می‌شود:

مؤلفه فرکانس تصویری

نویز پهن‌باند

از میان این دو، در شرایط SNR بالا، سهم مؤلفه تصویری غالب می‌شود.

به عبارت دیگر، وقتی نویز کم باشد، عامل اصلی محدودکننده دقت دیگر نویز نیست بلکه image component است.

با توجه به روابط تحلیلی استخراج‌شده برای خطاهای:

$\Delta\ \delta$

$\Delta\ \alpha$

می‌توان سهم مؤلفه تصویری را تخمین زد و سپس از خروجی IpDFT حذف کرد.

این ایده اساس الگوریتم جدید Improved IpDFT (i-IpDFT) را تشکیل می‌دهد.

ایده اصلی الگوریتم

فرض کنیم الگوریتم IpDFT اولیه مقادیر زیر را برگرداند:

$\hat{\delta}$

$\hat{\alpha}$

این مقادیر دقیق نیستند زیرا شامل خطا هستند:

$\hat{\delta} = \delta + \Delta\delta$

$\hat{\alpha} = \alpha + \Delta\alpha$

اگر بتوانیم:

$\Delta\ \delta$

$\Delta\ \alpha$

را تخمین بزنیم، می‌توان نوشت:

$\delta\ \approx \hat{\delta} - \Delta\delta$

$\alpha\ \approx \hat{\alpha} - \Delta\alpha$

یعنی تخمین نهایی از طریق کم کردن خطای تخمین‌شده حاصل می‌شود.

تخمین سهم خطا

نویسندگان از روابط تحلیلی بخش قبل استفاده می‌کنند تا مقادیر تقریبی:

خطای فرکانس

خطای میرایی

را از روی خروجی اولیه محاسبه کنند.

این مرحله نیاز به محاسبه مجدد کامل DFT ندارد.

در نتیجه بار محاسباتی الگوریتم افزایش زیادی پیدا نمی‌کند.

نکته مهم:

چون خود خطا تابع پارامترهای واقعی سیگنال است و آن پارامترها را دقیق نمی‌دانیم، مقاله پیشنهاد می‌کند از مقادیر تخمین‌زده‌شده توسط IpDFT اولیه به عنوان تقریب استفاده شود.

یعنی:

به‌جای استفاده از:

$\delta$ واقعی

$\alpha$ واقعی

از:

$\hat{\delta}$

$\hat{\alpha}$

استفاده می‌شود.

این تقریب در عمل بسیار خوب جواب می‌دهد، چون تخمین اولیه IpDFT معمولاً به مقدار واقعی نزدیک است.

مراحل الگوریتم i-IpDFT

الگوریتم پیشنهادی شامل مراحل زیر است:

مرحله 1 — نمونه‌برداری

برداشت M نمونه از سیگنال.

مرحله 2 — پنجره‌گذاری و FFT

سیگنال توسط پنجره MSD وزن‌دهی شده و DFT محاسبه می‌شود.

مرحله 3 — اجرای IpDFT استاندارد

در این مرحله تخمین اولیه به دست می‌آید:

$\hat{\delta}$

$\hat{\alpha}$

مرحله 4 — محاسبه خطای image component

با استفاده از روابط تحلیلی مقاله:

$\Delta\delta_est$

$\Delta\alpha_est$

محاسبه می‌شود.

مرحله 5 — جبران خطا

تخمین نهایی:

$\delta$ ^_improved = δ̂ − Δδ_est

$\alpha$ ^_improved = α̂ − Δα_est

این دو مقدار خروجی نهایی الگوریتم i-IpDFT هستند.

پیچیدگی محاسباتی

یکی از نکات مهم مقاله این است که الگوریتم جدید از نظر محاسباتی بسیار سبک باقی می‌ماند.

بخش اصلی هزینه محاسباتی همچنان مربوط به:

محاسبه FFT

است.

هزینه اضافی ناشی از مرحله جبران خطا ناچیز است.

اگر FFT استفاده شود، مرتبه پیچیدگی:

O(M log2 M)

خواهد بود.

مرحله اصلاح فقط شامل چند:

جمع

ضرب مختلط

ارزیابی عبارت بسته

است.

بنابراین سربار الگوریتم بسیار کم است.

مزیت مهم نسبت به الگوریتم‌های Iterative

برخی روش‌های دقیق‌تر موجود، مانند eADSPE، الگوریتم‌های iterative هستند.

این یعنی برای رسیدن به پاسخ نهایی باید چندین بار فرآیند اصلاح انجام شود.

نتیجه:

زمان بیشتر

مصرف پردازشی بالاتر

پیاده‌سازی سخت‌تر

در مقابل، i-IpDFT:

غیرتکراری است

سریع‌تر است

مناسب پیاده‌سازی real-time است

عملکرد در coherent sampling

یکی از مشکلات رایج در تخمین فرکانس، شرایط:

Coherent Sampling

است.

این حالت زمانی رخ می‌دهد که تعداد سیکل‌های موجود در پنجره تقریباً عدد صحیح باشد.

در این شرایط برخی الگوریتم‌ها عملکرد ضعیفی دارند.

نویسندگان نشان می‌دهند که الگوریتم i-IpDFT حتی در حالت:

coherent یا

quasi-coherent

نیز پایدار باقی می‌ماند.

این مزیت مهمی نسبت به برخی روش‌های کلاسیک است.

ترجمه مقاله — صفحات 10 تا 12

5.2 مقایسه عملکرد (Performance Comparison)

برای ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی، شبیه‌سازی‌های کامپیوتری انجام شد تا ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) الگوریتم‌های زیر با هم مقایسه شوند:

i-IpDFT

eADSPE

RVCI-1

Yoshida

Aboutanios

IpDFT معمولی

الگوریتم‌های زیر از پنجره مستطیلی استفاده می‌کنند:

eADSPE

Yoshida

Aboutanios

در حالی که الگوریتم‌های زیر از پنجره Hann استفاده می‌کنند:

RVCI-1

IpDFT

i-IpDFT

در الگوریتم eADSPE مطابق مرجع [12] تعداد:

iteration 10

انجام شده است.

شبیه‌سازی‌های این بخش و بخش بعدی بر اساس شرایط زیر انجام شده‌اند:

دامنه سیگنال: A = 1 p.u.

ضریب میرایی: α = 1

تعداد اجراها: runs 10,000

تعداد نمونه‌ها: M = 512

در هر اجرا، فاز سیگنال به‌صورت تصادفی در بازه زیر انتخاب شده:

[0 , 2π)

معیار ارزیابی

مقاله علاوه بر RMSE از معیار دیگری نیز استفاده می‌کند:

Normalized RMSE (NRMSE)

که به صورت زیر تعریف می‌شود:

نسبت RMSE به مقدار متناظر ACRLB

این معیار نشان می‌دهد الگوریتم چقدر به حد پایین نظری نزدیک است.

اگر NRMSE نزدیک 1 باشد یعنی عملکرد تقریباً ایده‌آل است.

بررسی اثر طول پنجره مشاهده

شکل 9 نتایج شبیه‌سازی برای NRMSE را نشان می‌دهد.

دو پارامتر بررسی شده‌اند:

فرکانس کسری

شکل 9(a)

ضریب میرایی

شکل 9(b)

طول پنجره مشاهده در بازه زیر تغییر داده شده:

1.5 تا 6 سیکل

با گام:

0.1 سیکل

شرایط آزمایش:

SNR = 40 dB

برای الگوریتم i-IpDFT، علاوه بر نتایج شبیه‌سازی، مقدار نظری حاصل از روابط تحلیلی مقاله نیز رسم شده است.

نتایج شکل 9

نتیجه اصلی:

الگوریتم eADSPE دقیق‌ترین تخمین را ارائه می‌دهد.

استثناء مهم:

در بازه:

$\nu \in [2.1 , 2.4]$ cycles

دقت تخمین ضریب میرایی در:

eADSPE

و

i-IpDFT

تقریباً یکسان است.

دلیل عملکرد خوب eADSPE:

این الگوریتم به‌صورت iterative سهم مؤلفه تصویری را بارها جبران می‌کند.

همچنین استفاده از پنجره مستطیلی باعث rejection بهتر نویز می‌شود.

جایگاه i-IpDFT

الگوریتم i-IpDFT دومین عملکرد برتر را دارد.

برای تخمین:

فرکانس کسری

(مخصوصاً وقتی کمتر از 4 سیکل مشاهده شده)

و همچنین:

ضریب میرایی

عملکرد بسیار خوبی دارد.

طبق مقاله:

RMSE الگوریتم i-IpDFT تقریباً:

3.4 برابر بیشتر از eADSPE

است.

یعنی هنوز eADSPE دقیق‌تر است، اما اختلاف آن‌قدر زیاد نیست.

نکته مهم دیگر:

وقتی حداقل:

2.1 سیکل

مشاهده شود، نتایج عملی i-IpDFT بسیار نزدیک به روابط تئوری می‌شوند.

این نشان می‌دهد مدل تحلیلی مقاله معتبر است.

اگر تعداد سیکل‌ها کمتر از 2.1 باشد:

دقت i-IpDFT بدتر از مقدار پیش‌بینی‌شده توسط تئوری می‌شود.

علت:

جبران ناکامل مؤلفه تصویری.

وقتی حداقل:

cycles 4

تحلیل شود، الگوریتم‌های زیر تقریباً دقت یکسانی در تخمین فرکانس دارند:

RVCI-1

IpDFT

i-IpDFT

بررسی اثر SNR

شکل 10 RMSE تخمین‌گرها را به عنوان تابعی از SNR نشان می‌دهد.

دو نمودار داریم:

شکل 10(a)

RMSE فرکانس

شکل 10(b)

RMSE ضریب میرایی

SNR در بازه زیر تغییر داده شده:

0 تا 80 dB

با گام:

5 dB

طول پنجره مشاهده:

$\nu$ = 3.3 cycles

برای کمک به مقایسه، ریشه ACRLB نیز روی نمودار رسم شده است.

این کار امکان بررسی visual efficiency را فراهم می‌کند.

در SNR پایین‌تر از:

dB 20

نتایج RVCI-1 برای تخمین میرایی نمایش داده نشده‌اند.

دلیل:

عملکرد بسیار ضعیف.

نتایج شکل 10

الگوریتم eADSPE در بازه:

10 تا 55 dB

بهترین عملکرد را دارد.

اما وقتی:

SNR > 60 dB

الگوریتم i-IpDFT دقیق‌ترین تخمین را ارائه می‌دهد.

دلیل این موضوع بسیار مهم است:

در SNR بالا، نویز دیگر عامل اصلی خطا نیست.

در عوض:

مؤلفه تصویری غالب می‌شود

از آنجا که i-IpDFT مخصوصاً برای جبران همین مؤلفه طراحی شده، در این ناحیه بهترین عملکرد را دارد.

بررسی سیگنال‌های دارای هارمونیک

در ادامه مقاله سیگنال‌های پیچیده‌تر بررسی می‌شوند.

سیگنال فقط شامل مؤلفه اصلی نیست بلکه شامل:

هارمونیک دوم

هارمونیک سوم

نیز هست.

دامنه هارمونیک‌ها:

هارمونیک دوم

10% دامنه مؤلفه اصلی

هارمونیک سوم

10% دامنه مؤلفه اصلی

شبیه‌سازی‌ها نشان دادند:

هارمونیک‌های مرتبه بالاتر اثر ناچیزی روی دقت تخمین دارند.

بنابراین مقاله فقط تا مرتبه سوم را در نظر گرفته است.

ضریب میرایی مؤلفه اصلی:

$\alpha = 1$

اما برای هارمونیک‌ها مقادیر:

کوچکتر از 1

یا

بزرگتر از 1

بررسی شده‌اند.

ترجمه مقاله — صفحات 13 تا 16

6. نتیجه‌گیری (Conclusions)

این مقاله به مسئله تخمین:

فرکانس

ضریب میرایی

در سینوس‌های میرای حقیقی پرداخت.

در ابتدا، روابط تحلیلی ساده‌ای برای تخمین‌گرهای مبتنی بر الگوریتم IpDFT با استفاده از پنجره MSD استخراج شد.

سپس روابط تحلیلی مربوط به دو منبع اصلی خطا به دست آمد:

خطای ناشی از مؤلفه فرکانس تصویری

واریانس ناشی از نویز پهن‌باند

دقت تمامی روابط استخراج‌شده با استفاده از شبیه‌سازی‌های گسترده کامپیوتری تأیید شد.

رفتار مؤلفه تصویری

مقاله نشان داد سهم مؤلفه تصویری در تخمین:

فرکانس

ضریب میرایی

رفتاری تقریباً سینوسی دارد.

همچنین دامنه خطا برای هر دو پارامتر تقریباً یکسان است.

دامنه این خطا با شرایط زیر کاهش می‌یابد:

افزایش طول پنجره مشاهده

هرچه تعداد سیکل‌های تحلیل‌شده بیشتر باشد، خطا کمتر می‌شود.

کاهش ضریب میرایی

هرچه سیگنال آهسته‌تر افت کند، تخمین دقیق‌تر می‌شود.

افزایش تعداد جملات پنجره MSD

پنجره‌های مرتبه بالاتر leakage کمتری ایجاد می‌کنند.

نویسندگان مثال عددی زیر را مطرح می‌کنند:

اگر:

ضریب میرایی $\alpha = 1$

تعداد نمونه‌ها 512

حداقل 4 سیکل مشاهده شود

پنجره MSD دو جمله‌ای یا سه جمله‌ای استفاده شود

آنگاه اندازه خطای ناشی از مؤلفه تصویری روی پارامترهای تخمین‌زده‌شده کوچکتر از مقادیر زیر است:

برای پنجره دو جمله‌ای:

$6.5 \times 10^{-3}$

برای پنجره سه جمله‌ای:

$6.7 \times 10^{-4}$

این نتیجه نشان می‌دهد پنجره سه جمله‌ای leakage را تقریباً یک مرتبه بزرگی بهتر سرکوب می‌کند.

رفتار نویز پهن‌باند

در مورد نویز پهن‌باند مقاله نشان داد:

Bias تخمین تقریباً ناچیز است.

اما واریانس پارامترهای تخمین‌شده تحت تأثیر نویز افزایش می‌یابد.

این واریانس با موارد زیر بیشتر می‌شود:

افزایش ضریب میرایی

افزایش تعداد جملات پنجره MSD

همچنین مشاهده شد که واریانس تخمین‌گرها نسبت به تعداد سیکل‌های مشاهده‌شده رفتاری نوسانی دارد.

به‌طور خاص:

در برخی تعداد سیکل‌های صحیح ← ماکزیمم

در برخی نیمه‌صحیح ← مینیمم

مثال عددی مقاله:

اگر:

$\alpha = 1$

M = 512

SNR = 40 dB

پنجره MSD دو جمله‌ای

استفاده شود، نسبت انحراف معیار تخمین‌گرهای IpDFT به مقدار متناظر CRLB در بازه:

3.24 تا 3.88

قرار می‌گیرد.

اگر پنجره MSD سه جمله‌ای استفاده شود این نسبت در بازه:

4.51 تا 5.21

تغییر می‌کند.

این نشان می‌دهد اگرچه پنجره‌های مرتبه بالاتر leakage را کاهش می‌دهند، ولی از دید نویز همیشه بهترین انتخاب نیستند.

الگوریتم پیشنهادی i-IpDFT

با تکیه بر روابط استخراج‌شده برای خطای فرکانس و ضریب میرایی، نسخه بهبودیافته‌ای از IpDFT معرفی شد:

Improved IpDFT (i-IpDFT)

این الگوریتم با جبران سهم مؤلفه تصویری:

دقت فرکانس را افزایش می‌دهد

دقت تخمین ضریب میرایی را افزایش می‌دهد

ویژگی مهم دیگر:

این الگوریتم حتی در شرایط:

coherent sampling

quasi-coherent sampling

نیز عملکرد خوبی دارد.

مقایسه با الگوریتم‌های دیگر

مقاله الگوریتم پیشنهادی را با روش‌های زیر مقایسه کرد:

eADSPE

RVCI-1

Yoshida

Aboutanios

IpDFT استاندارد

نتایج نشان داد:

در SNR پایین و متوسط

الگوریتم eADSPE دقیق‌ترین عملکرد را دارد.

مثلاً وقتی:

SNR کمتر از حدود 55 dB

512 نمونه

حدود 3 سیکل

$\alpha = 1$

باشد.

اما مشکل eADSPE:

نیاز به محاسبات زیاد به علت iterative بودن.

در SNR بالا

وقتی سهم خطای مؤلفه تصویری از نویز بیشتر شود، الگوریتم:

i-IpDFT

از همه بهتر عمل می‌کند.

مثلاً در شرایط مشابه، وقتی:

SNR > 55 dB

باشد.

مزیت مهم دیگر:

i-IpDFT از نظر محاسباتی ارزان است.

یعنی:

سرعت بالا

پیاده‌سازی ساده

مناسب real-time systems

نتیجه کلی مقاله:

الگوریتم i-IpDFT گزینه‌ای بسیار مناسب برای کاربردهایی است که نیاز به:

تخمین سریع

تخمین دقیق

محاسبات سبک

دارند.

CRediT Contribution Statement

نقش نویسندگان:

Daniel Belega

ایده‌پردازی

توسعه نرم‌افزار

تحقیق

تحلیل ریاضی

نگارش نسخه اولیه

Dario Petri

طراحی روش

اعتبارسنجی

نظارت

بازبینی مقاله

Declaration of Competing Interest

نویسندگان اعلام کرده‌اند هیچ تضاد منافع مالی یا شخصی ندارند که بر نتایج مقاله اثر گذاشته باشد.

Data Availability

هیچ دیتاست خارجی در این پژوهش استفاده نشده است.

Appendix A

استخراج z-transform پنجره MSD

در این ضمیمه نویسندگان نشان می‌دهند چگونه تابع پنجره MSD در حوزه z نوشته می‌شود.

هدف این بخش استخراج فرم بسته‌ای از:

W(z)

است.

این بخش شامل بسط‌های ریاضی و تقریب‌هایی برای:

$M >> 1$

می‌باشد.

نتیجه نهایی ضمیمه A:

فرمول تقریبی ساده‌ای برای تبدیل z پنجره MSD به دست می‌آید که در معادله (6) مقاله استفاده شده است.

Appendix B

اثبات Proposition 1

این بخش اثبات می‌کند مؤلفه تصویری چگونه باعث خطا در:

تخمین فرکانس

تخمین ضریب میرایی

می‌شود.

در این ضمیمه روابط:

$\tilde{X}w(k)$

$\tilde{X}iw(k)$

تحلیل می‌شوند.

در نهایت فرمول‌های بسته برای:

$\Delta\ \delta$

و

$\Delta\ \alpha$

استخراج می‌شوند.

نتیجه مهم ضمیمه B:

فرمول‌های (11) و (12) مقاله از همین اثبات به دست آمده‌اند.

Appendix C

اثبات Proposition 2

در این ضمیمه واریانس ناشی از نویز پهن‌باند تحلیل می‌شود.

هدف:

استخراج روابط ریاضی برای:

$var(\hat{\delta})$

$var(\hat{\alpha})$

نویسندگان از خواص آماری نویز Gaussian و کوواریانس نمونه‌های DFT استفاده می‌کنند.

در پایان روابط بسته‌ای برای واریانس تخمین‌گرها به دست می‌آید.